应 用 数 学
MATHEMATICA APPLICATA
2002,15(2):9~13

倒向随机微分方程的理论、发展及其应用

周少甫[1],黄志远[2],张子刚[3]
(1.华中科技大学经济学院,湖北 武汉 430074;2.华中科技大学数学系,湖北 武汉 430074;3.华中科技大学管理学院;湖北 武汉 430074)

摘要:本文全面综述了倒向随机微分方程理论的出现、发展、应用及研究现状,介绍了作者博士论文的主要工作.

关键词:金融数学;倒向随机微分方程;随机微分效用;正一倒向随机微分方程
中图分类号:O211.63　　**AMS(2000)主题分类**:60H30
文献标识码:A　　**文章编号**:1001-9847(2002)02-0009-05

一般认为金融学从一门描述性的科学向金融数学的转变始于 Harry Markowitz[1]在 1952 年的开创性工作,他为现代有价证券的组合理论奠定了基础,他的理论引发了所谓的第一次“华尔街革命”.许多学者进一步发展了他的理论.下一步重要的发展是 1964 年 Sharpe[2]和 1965 年 Lintner[3]提出的资本资产定价模型(CAPM)及 1976 年 Ross[4]把 CAPM 模型扩展成套利定价模型(APT).1973 年,Fisher Black 和 Myron Schole[5]发展了“期权及公司债务的定价”,提出了第一个完整的期权定价模型.同一年,Robert Merton[6]发表了“计算期权合理价格的理论”.这些里程碑式的成果,引发了第二次“华尔街革命”,在理论和实践中都有特别重要的意义.Fisher Black 和 Myron Schole 的期权定价模型提出之后,金融数学以前所未有的的速度发展.许多现代的数学工具,如随机微积分[7,8,9],鞅方法,凸分析[10],随机最优控制,多元统计分析,数学规划[11,12],现代计算方法等在金融理论与实践中起着关键作用.许多经济学家和数学家都为金融数学的发展作出了贡献.他们中的佼佼者不少已先后获得了诺贝尔经济学奖。金融数学的发展,也促进了一类新的随机微分方程理论——倒向随机微分方程的出现,发展和逐步完善.

倒向随机微分方程理论研究的历史较短,但进展却很迅速,除了其理论本身所具有的有趣数学性质之外,还发现了重要的应用前景.1973 年,法国数学家 Bismut[13]在研究随机最优控制时,研究了线性 BSDE 的适应解。而一般形式的非线性倒向随机微分方程:

$$\begin{cases} dX(t) = b(t,X(t)dt + \sigma(t,X)dW(t), \\ X(T) = X, 0 \leqslant t \leqslant T. \end{cases} \quad (1)$$

实际上是伊藤随机微分方程初值问题的反向问题,即终值问题,在金融理论中,递归效用,微分

· **收稿日期**:2001-12-05
基金项目:国家自然科学基金项目(70071011)
作者简介:周少甫(1963-),男,汉,华中科技大学管理学院博士后,副教授,研究方向:随机过程

万方数据

效用,期权定价等经济理论研究都需要考虑终值问题,但由于终值变量 X 是 $\mathscr{F}_T$ 可测的,如果要考虑具有 $\mathscr{F}_t$ 适应过程 $X(t)$ 满足(1),且 $X(T)=X$,方程(1) 往往无解,为此众多学者作了不懈努力. 如利用样本广义解方法,如 Huang(1984)[14] 把终值问题转化为初值问题求解;利用随机流产生 σ- 代数,如 Kunita(1990)[15],但其 σ- 代数流是倒向的;增大 σ- 代数流,如 Jeulin(1979)[16],令 $\tilde{\mathscr{F}}_t=\sigma(\mathscr{F}_t\cup X)$,但此时 Brown 运动关于新的 σ- 代数流一般不再是 Brown 运动,而是半鞅;利用 Malliavin 随机变分学,如 Nualart, Pardoux[17]讨论非适应过程的随机微分方程,但这仅在某些特殊情况下得到较满意的结果. 1990 年,我国学者彭实戈和法国学者 E. Pardoux 受控制问题的启发,在众多学者研究的基础上,发现了下面形式的有限维倒向随机微分方程是可解的,在系数 f 满足 Lipschitz 条件下,解是唯一的.

$$\begin{cases} dy(t)=-f(t,y(t),z(t))dt+z(t)dW(t), \\ y(T)=Y. \end{cases} \tag{2}$$

(2)和(1)的最大不同在于它中间除了对 $W(t)$ 适应的未知过程 $y(t)$ 需要求解外,还有一个适应过程 $z(t)$ 也同时要求解. 这个 $z(t)$ 是 $dW(t)$ 前的系数,也就是布朗运动 W 对 y 的运动的干扰强度. 即使 d 前的系数 $f(t,y(t),z(t))$ 中不含 $z(t)$,一旦 f 确定后,根据 y 的最终状态,这个干扰强度 $z(t)$ 也就完全确定,因为他们证明了在 f 关于 y,z 满足一致 Lipschitz 条件下,(2)存在唯一的一对解. 巧合的是,1992 年,著名经济学家 Duffie 和 Epstein[18]提出,不确定环境下的效用函数应当由一种新的"随机微分效用"来递归解出,独立地获得了如下特殊情况的倒向随机微分方程:

$$\begin{cases} dy(t)=g(y(t),z(t))dt-z(t)dW(t), \\ y(T)=0. \end{cases} \tag{3}$$

此时,g 中的 z 刻画了效用函数的"风险厌恶"(risk aversion) 程度. 但他们的理论只能处理 g 是 z 的平方或 g 不含 z 的两种情况. Karoui, Peng 和 Quenez[19]的文章对此进行了系统的论述,合理地解释了为什么需要更一般的倒向随机微分方程来刻画效用函数.

(2) 有下面的一般形式

$$\begin{cases} dy(t)=-f(t,y(t),z(t))dt+(g(t,y(t))+z(t))dW(t), \\ y(T)=Y. \end{cases} \tag{4}$$

Peng 和 Pardoux[20]证明了对固定 t,f 关于 y,z,g 关于 y 满足 Lipschitz 条件下解的存在唯一性定理. 一般说来,Lipschitz 条件太强,许多学者放宽了 f,g 所满足的条件,证明了(4) 解的存在唯一性,并在 $d=1$ 情况下,建立了相应的比较定理. Peng(1993)[21]证明了方程(2) 在 f 满足局部 Lipschitz 条件下,解的局部和整体存在唯一性.

Daring 和 Pardoux[22]证明了方程(2)在 f 关于 y 满足单调性条件,关于 z 满足 Lipschitz 条件下,解的存在唯一性. 毛学荣[23]在类似于 Yamada 和 Watanabe 条件下:$f(s,\cdot,\cdot)$ 关于 y,z,$g(s,\cdot)$ 关于 y 满足

$$\begin{cases} |f(t,y,z_1)-f(t,y_2,z_2)|^2\leqslant\rho(|y_1-y_2|^2)+C|z_1-z_2|^2, \\ |g(t,y_1)-g(t,y_2)|^2\leqslant\rho(|y_1-y_2|^2), \end{cases} \tag{5}$$

其中 $\rho:\mathbf{R}_+\to\mathbf{R}$ 非减凹函数,$\rho(0)=0$ 及 $\int_{0_+}\rho^{-1}(u)du=\infty$ 得到 BSDE(4)解的存在唯一性. Cao 和 Yan[24]给出了 $d=1$ 时,在毛学荣条件(5)下方程(2)的比较定理. 条件(5)是 Lipschitz 条件的自然推广. 如 $K>0$ 定义 $\rho(u)=Ku$,$u\geqslant0$,则 f 关于 y,z,g 关于 y 满足 Lipschitz 条件. 我们注意到方程 $u'=\rho(u)$ 在初始条件 $u_0=0$ 下,有唯一解 $u\equiv0$. 函数 $\rho(u)$ 有明显的实际意

万方数据

义. 例如:经济学中的效用函数是一个严格增,严格凹的连续可微函数 $u: \mathbf{R}_+ \to \mathbf{R}$ 且 $u'(\infty) = 0, u'(0_+) = \infty$,它显然不满足 Lipschitz 条件,但却可能满足上述函数 ρ 的条件.

1997 年,司徒荣[25]考虑了如下带跳有限维倒向随机微分方程的解:

$$x_t = X + \int_{t\wedge T}^{\tau} b(s, x_s, q_s, p_s, \omega)\mathrm{d}s - \int_{t\wedge T}^{\tau} q_s \mathrm{d}W_s - \int_{t\wedge T}^{\tau}\int_z p_s(z)\tilde{N}_k(\mathrm{d}s, \mathrm{d}z), t \geqslant 0, \quad (6)$$

这里 τ 为有界停时,X 是 $\mathscr{F}_\tau$ 可测 $r.v.$,$\tilde{N}_K$ 是 Possion 鞅测度,其中 b 可分成两部分:$b_1 + b_2$,b_1 满足弱单调性条件,b_2 满足 Lipschitz 条件. 就本文作者所知,迄今为止,此条件是保证(6) 解的存在唯一性最弱的一组条件. 陈增敬[26] 考虑了方程(2) 在 $d = 1$,T 被一个停时 τ 取代,在条件 H1-H3(见[38]第二章)下,解的存在唯一性. 在[38]第二章,我们给出了其相应的比较定理.

由于控制理论和经济研究的需要,1993 年,Antonelli[27]首先提出了如下形式的

$$\begin{cases} U_t = J_t + \int_0^t f_s(U_s, V_s)\mathrm{d}X_s, \\ V_t = E\left(\int_t^T g_s(U_s, V_s)\mathrm{d}Z_s + Y \mid \mathscr{F}_t\right), 0 \leqslant t \leqslant T, \\ V_T = Y, \end{cases} \quad (7)$$

倒向随机微分方程(简称 FBSDE),此时 $(\Omega, \mathscr{F}, \{\mathscr{F}_t\}_{0\leqslant t\leqslant T}, P)$ 是满足通常条件的完备概率空间,Y 是 $\mathscr{F}_T$- 可测 r. v. ,f_s,g_s,满足 Lipschitz 条件,X_t 和 Z_t 是半鞅,J_t 为循序可测过程. 加上适当条件,Antonelli 证明了(7)解的存在唯一性.

1994 年,Ma,Protter 和 Yong[28]研究了有限维 FBSDE 的更一般形式:

$$\begin{cases} X_t = x + \int_0^t b(s, X_s, Y_s, Z_s)\mathrm{d}s + \int_0^t \sigma(s, X_s, Y_s, Z_s)\mathrm{d}W_s, \\ Y_t = g(X_T) + \int_t^T \hat{b}(s, X_s, Y_s, Z_s)\mathrm{d}s + \int_t^T \hat{\sigma}(s, X_s, Y_s, Z_s)\mathrm{d}W_s, 0 \leqslant t \leqslant T. \end{cases} \quad (8)$$

当 σ 非退化时,给出了求解的“四步方法”. 为了保证每步行得通,b,$\hat{b}$,σ,$\hat{\sigma}$ 和 g 应满足[28]假设 A1-A4. 1995 年,Hu 和 Peng[29]讨论了下面的特殊形式的 FBSDE,在其系数满足某种单调性条件下,解的存在唯一性定理.

$$\begin{cases} X_t = x + \int_0^t b(s, X_s, Y_s, Z_s)\mathrm{d}s + \int_0^t \sigma(s, X_s, Y_s, Z_s)\mathrm{d}W_s, \\ Y_t = g(X_T) - \int_t^T h(s, X_s, Y_s, Z_s)\mathrm{d}t - \int_t^T Z_s \mathrm{d}W_s, 0 \leqslant t \leqslant T. \end{cases} \quad (9)$$

1998 年,Hamadene[30]在 Hu 和 Peng 研究基础上,给出了更弱的两组条件,通过定义迭代序列,分别证明了(9)解的存在唯一性定理. 这里要指出的是,对有限维的 BSDE,FBSDE 解的存在唯一性证明都依赖于 Ito 公式,对无穷维倒向随机发展方程适度解的讨论,不能直接用 Ito 公式,只能定义 Picard 迭代序列,通过区间细分的方法,逐段证明适度解的存在唯一性.

到现在为止,有限维倒向随机微分方程的理论研究已趋完善,该理论已被广泛应用到投资决策,期权定价,递归效用,随机微分效用等经济理论和实践中. 特别值得一提的是倒向随机微分方程理论可以用来对不完备市场中的各种派生证券的定价及套期保值问题提供有力的分析和近似计算方法. 一个典型的例子就是可以解决投资组合受限且限制非凸的情况下定价问题.

随着 Hilbert 空间中最优控制理论的讨论,要求我们考虑 Hilbert 空间中倒向随机微分方程解的存在唯一性问题. Hilbert 空间中 BSDE 理论应看作是有限维 BSDE 理论的一个自然扩展,到目前为止,这方面的研究工作较少. Bensoussan[31]用近似方法得到了特殊线性情况的

万方数据

Hilbert 空间中 BSDE 的解;Hu 和 Peng[34]用泛函分析方法求解了一般线性情况下的 Hilbert 空间中的 BSDE 的解;Hu 和 Peng[35]讨论了一般半线性情况下 Hilbert 空间中倒向随机发展方程适度解的存在唯一性;Hilbert 空间中两个发展算子倒向随机发展方程适度解的存在唯一性是由汤善键[36]给出的. Hilbert 空间中正-倒向随机微分方程理论现在还没有人研究.

由于股市受众多因素的影响,人们认为用无穷维布朗运动去刻画股市中股价的波动更切合实际. 从 Peng[19]的观点来看,实际上"随机微分效用"定义为下面一般 BSDE 的解:

$$\begin{cases} dY_t = -f(t,c_t,Y_t,Z_t)dt + Z_t^* dW_t, \\ Y_T = Y, \end{cases} \tag{10}$$

其中 c_t 为消费过程. 若将 Y_t 看作依赖于 c_t 或 Y 的过程,或考虑时滞情形,则 Y_t 为取值于某个函数空间的过程,那么(10)就成为无穷维空间中的 BSDE. 最近 Cont[35]在研究利率期限结构模型时,用无穷维空间随机发展方程的解去描述利率期限结构的波动,讨论了解的性质,表明这种描述抓住了收益率曲线的基本特征. 从以上国内外的学术动态来看,开展无穷维倒向随机发展方程理论研究意义非常重大.

1997 年,国家基金委的重大项目"金融数学,金融工程和金融管理"正式通过正式实施,开展这个重大项目的研究不仅具有理论意义,而且可以直接用于金融市场的实践. 这一项目吸引了众多著名数学家和经济学家投人这一领域的研究. 正是在此背景下,本文作者[38]以倒向随机微分方程和随机微分效用为题,讨论了无穷维倒向随机发展方程适度解及无穷维正-倒向随机微分方程,首先将 Hu 和 Peng[35]的条件,推广到毛学荣[23]有限维情况下的条件(5),其次将[29,30]的结论推广到无穷维情况,为它们在金融中的应用作好了理论上的准备.

参考文献:

[1] Markowitz H. Protfolio Selection[J]. Journal of Finance, 1952.7(1):77～91.

[2] Black F and Scholes M. The pricing of Options and Coporate Liabilities[J]. Journal of Political Economy 1973,81:637～659.

[3] Sharp W F. Capital asset prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk[J]. Journal of Finance, 1964,19:425～442.

[4] Linttner J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets[J]. Review of Economics and Statistic, 1965,47:13～37.

[5] Ross S. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing[J]. Journal of Economic Theory, 1976,13(3): 341～360.

[6] Merton R C. The Theory of Rational Option Pricing[J]. Bell Journal of Economics & Manag, Sci, 1973,49:141～183.

[7] 雍炯敏. 数学金融学中的若干问题[J]. 数学实践与认识,1999,(2):97～108.

[8] 彭实戈,史树中. 倒向随机微分方程和金融数学[J]. 科学(双月刊)49(5):30～33.

[9] 彭实戈. 倒向随机微分方程及其应用[J]. 数学进展,1997(27):97～112.

[10] 史树中. 凸分析[M]. 上海:上海科学技术出版社,1990.

[11] 徐大江. 证投资决策的多目标线性规划方法[J]. 系统工程理论与实践,1995(12):46～52.

[12] 徐大江. 线性规划在证券投资有效集研究中的应用[J]. 系统工程,1995,13(4):39～42.

[13] Bismut J M. Theórie Probabiliste de Contrôle Desdiffusions[J]. Men. Amer. Math. Soc., 1973,176～181.

[14] Huang Z Y. On the Generalizied Sample Solutions of Stochastic boundary Value Problem[J]. Stochastic, 1984,11:237～248.

万方数据

[15] Kunita H. Stochastic Flows and stochastic Differential Equation[M]. London:Cambridge Univ. Press, 1990.

[16] Jeulin T. Grossissermеnt d'unc Filtration et Applications[J]. LNM No. 721,1979:574~609.

[17] Nualart D & Pardoux E. Stochastic Calculus with Anticipating Integrands[J]. Probab. Theory & Rel. Fields 1988,78:535~581.

[18] Duffie D, Epstein L G. Stochastic Differential Utility[J]. Econometrica, 1992,60(2):353~394.

[19] Karoui E L, Peng S & Quenez M C. Backward Stochastic Differential Equations in Finance[J]. Mathematical Finance, 1997,1:1~71.

[20] Pardoux E, Peng S. Adapted Solution of A Backward Stochastic Differential Equations[J]. System and Control Letters, 1990,14:55~61.

[21] Peng S. Backward Stochastic Differential Equations and Applications to Optimal Control[J]. Appl. Math. Optim., 1993,27:125~144.

[22]Daring R, Pardoux E. Backward SDE with Random Terminal Time and Applications to Semilinear Elliptic PDE[J]. The Annals of Probability 1997,25(3):1135~1159.

[23] Mao X. Adapted solutions of Backward Stochastic Differential Equations with No-Lipschitz Cofficients [J]. Stochastic Process and their Applications 1995,58:281~292.

[24] Cao zh, Yan J. A Comparison Theorem for Solutions of Backward Stochastic Differential Equations[J]. 数学进展,1999,28(4):304~308.

[25] Situ R. On Solution of Backward Stochastic Differential Equations with Jumps and Applications[J]. Stochastic Processes and their Applications. 1997,66:209~236.

[26] 陈增敬.带有停时的倒向随机微分方程解的存在性[J].科学通报,1997,42(22).

[27] Antonelli. *Backward-Forward Stochastic Differential Equations[J]. The Annals of Applied Probability*, 1993,3(3):777~793.

[28] Ma J, Protter P and Yong J. Solving Forward-Backward Stochastic Differential Equations Explicitly-A Four Step Schme[J]. Probab Theory Relat Fields, 1994,98:339~359.

[29] Hu Y, Peng S. Solution of Forward-Backward Stochastic Differential Equations[J]. Probab Theory Relat Fields, 1995,103:273~283.

[30] Hamadene S. Backward-Forward SDE's and Stochastic Differential Games[J]. Stochastic Process and their Application 1998,77:1~15.

[31] Bensoussan A. Lectures on Stochastic Control[A]. Lecture Notes in Mathematics, Vol. 972, Nonlinear Filtering and StochastiControl[C], Proceedings, Cortona, 1981.

[32] Bensoussan A. Stochastic Maximum Principle for Distributed Parameter System[J]. J, of the Francline Institute, 1983,315:387~406.

[33] Bensoussan. Maximum Principle and Dynamic Programming Approaches of the Optimal Control of Partially Obserred Diffusions[J]. Stochastic, 1983,9:169~222.

[34] Hu Y, Peng S. Maximum Principle for Semilinear Stochastic Evolution Control Systems[J]. Stochastics and Stochastics Reports, 1990,33:159~180.

[35] Hu Y, Peng S. Adapted Solution of a Backward Semilinear Stochastic Evolution Equation[J]. Stochastic Analysis and Applications, 1991,9:445~459.

[36] 汤善健. Hilbert 空间中带随机跳跃的随机系统的最优控制:[博士学位论文][C].上海:复旦大学数学所,1992.

[37] 郑明礼.资产定价理论与递归效用:[博士学位论文][C].武汉:华中理工大学数学系,1996.

[38] 周少甫.(非 Lipschitz 系数)倒向随机微分方程和随机微分效用:[博士学位论文][J].武汉:华中科技大学数学系,2000.

万方数据

倒向随机微分方程的理论、发展及其应用

作者： 周少甫， 黄志远， 张子刚
作者单位： 周少甫(华中科技大学经济学院,湖北武汉430074)， 黄志远(华中科技大学数学系,湖北武汉430074)， 张子刚(华中科技大学管理学院,湖北,武汉,430074)

刊名： 应用数学 ISTIC PKU
英文刊名： MATHEMATICA APPLICATA
年，卷(期)： 2002,15(2)
被引用次数： 11次

参考文献(38条)

1. Markowitz H Protfolio Selection 1952(07)

2. Black F;Scholes M The pricing of Options and Coporate Liabilities 1973

3. Sharp W F Capital asset prices:A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk 1964

4. LINTTNER J The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets 1965

5. Ross S The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing 1976(03)

6. Merton R C The Theory of Rational Option Pricing 1973

7. 雍炯敏 数学金融学中的若干问题 1999(02)

8. 彭实戈;史树中 倒向随机微分方程和金融数学

9. 彭实戈 倒向随机微分方程及其应用 1997(27)

10. 史树中 凸分析 1990

11. 徐大江 证投资决策的多目标线性规划方法 1995(12)

12. 徐大江 线性规划在证券投资有效集研究中的应用 1995(04)

13. Bismut J M Theorie Probabiliste de Controle Desdiffusions 1973

14. Huang Z Y On the Generalizied Sample Solutions of Stochastic boundary Value Problem 1984

15. Kunita H Stochastic Flows and stochastic Differential Equation 1990

16. Jeulin T Grossissermert dune Filtration et Applications 1979(721)

17. NUALART D;Pardoux E Stochastic Calculus with Anticipating Integrands 1988

18. Duffie D;Epstein L G Stochastic Differential Utility[外文期刊] 1992(02)

19. Karoui E L;Peng S;Quenez M C Backward Stochastic Differential Equations in Finance 1997

20. Pardoux E;Peng S Adapted Solution of A Backward Stochastic Differential Equations 1990

21. Peng S Backward Stochastic Differential Equations and Applications to Optimal Control 1993

22. Daring R;Pardoux E Backward SDE with Random Terminal Time and Applications to Semilinear Elliptic PDE 1997(03)

23. Mao X Adapted solutions of Backward Stochastic Differential Equations with No- Lipschitz Cofficients 1995

24. Cao zh;Yan J A Comparison Theorem for Solutions of Backward Stochastic Differential Equations 1999(04)

25. SITU R On Solution of Backward Stochastic Differential Equations with Jumps and Applications 1997

26. 陈增敬 带有停时的倒向随机微分方程解的存在性 1997(42)

27. ANTONELLI Backward-Forward Stochastic Differential Equations 1993(03)

28. Ma J;Protter P;Yong J Solving Forward-Backward Stochastic Differential Equations ExplicitlyA Four Step Schme 1994

29. Hu Y;Peng S Solution of Forward-Backward Stochastic Differential Equations[外文期刊] 1995

30. Hamadene S Backward-Forward SDEs and Stochastic Differential Games 1998

31. Bensoussan A Lectures on Stochastic Control 1981

32. Bensoussan A Stochastic Maximum Principle for Distributed Parameter System 1983

33. Bensoussan Maximum Principle and Dynamic Programming Approaches of the Optimal Control of Partially Obserred Diffusions 1983

34. Hu Y;Peng S Maximum Principle for Semilinear Stochastic Evolution Control Systems 1990

35. Hu Y;Peng S Adapted Solution of a Backward Semilinear Stochastic Evolution Equation 1991

36. 汤善健 Hilbert空间中带随机跳跃的随机系统的最优控制[学位论文] 1992

37. 郑明礼 资产定价理论与递归效用 1996

38. 周少甫 非Lipschitz系数倒向随机微分方程和随机微分效用 2000

本文读者也读过(5条)

1. 周少甫.张子刚.程斌武 期权定价理论和倒向随机微分方程[期刊论文]-科技进步与对策2000,17(10)
2. 王金磊 倒向随机微分方程的数值方法及其误差估计[学位论文]2009
3. 邓延华 倒向随机微分方程理论及其在金融学上的应用[学位论文]2009
4. 李国平 倒向随机微分方程的数值解法及其在金融中的应用[学位论文]2009
5. 史正伟.傅一歌 倒向随机微分方程在欧式期权中的应用[期刊论文]-国防科技大学学报2003,25(5)

引证文献(11条)

1. 秦衍.夏宁茂.高焕超 非线性随机微分方程终值问题的适应解和连续依赖性[期刊论文]-应用概率统计 2007(3)
2. 陈薇薇 正倒向随机微分方程解的性质及其在随机微分效用上的应用[学位论文]硕士 2005
3. 任达.张海峰 基于BSDE的开放式基金赎回风险控制模型[期刊论文]-系统工程学报 2009(4)
4. 吴玥.孙晓君 一类倒向随机微分方程解的存在唯一性和稳定性[期刊论文]-纺织高校基础科学学报 2003(2)
5. 李师煜.高武军 由连续局部鞅驱动的倒向随机微分方程的解[期刊论文]-江西理工大学学报 2009(5)
6. 高焕超 局部Bihari条件下拟线性和非线性倒向随机微分方程的适应解[学位论文]硕士 2004
7. 仲妍 跳过程下期权定价与记帐单位选择[学位论文]硕士 2005
8. 刘美娟 倒向随机微分方程的性质及其应用[学位论文]硕士 2005
9. 龚珺 随机利率情形下未定权益定价若干问题的研究[学位论文]硕士 2005
10. 李勍 非Lipschitz条件下一类正倒向随机微分方程的解的存在唯一性及投资组合问题的研究和应用[学位论文]硕士 2005
11. 任永 反射型倒向随机微分方程及其应用[学位论文]博士 2006

本文链接：http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_yingysx200202003.aspx